

Научная статья

УДК 658.512.6

Вестник МГТУ «Станкин». 2025. № 2 (73). С. 107–115.

Vestnik MSUT “Stankin”. 2025. No. 2 (73). P. 107–115.

Н.М. Ефромеев ✉, **Е.Б. Фролов**

ФГАОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»

✉ Автор для корреспонденции

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МНОГОСТАНОЧНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Аннотация

В статье рассматривается алгоритм решения задачи составления производственного расписания для многостаночного обслуживания. Достоинством предложенного алгоритма является его полиномиальная вычислительная трудоемкость, что позволяет применять его для оптимизации задач высокой размерности.

Предложена декомпозиция основной задачи МСО на отдельные независимые подзадачи (для одного станка), решения которых используются итерационно для приближения к желаемому эффективному решению. При этом требуется предварительно определить число оптимизационных подзадач, на которые необходимо декомпозировать исходную задачу МСО.

Приводится пример практического применения разработанных алгоритмов с использованием MES системы для расчета производственного расписания для задачи МСО.

Ключевые слова: многостаночное обслуживание, МСО, MES, производственное расписание.

Для цитирования: Ефромеев Н.М., Фролов Е.Б. Алгоритм решения задачи многостаночного обслуживания // Вестник МГТУ «Станкин». – 2025. – № 2 (73). – С. 107–115.

N.M. Efromeev ✉, **E.B. Frolov**

MSUT “STANKIN”

✉ Corresponding author

ALGORITHM FOR SOLVING THE PROBLEM OF MULTI-MACHINE MAINTENANCE

Abstract

The article discusses an algorithm for solving the problem of creating a production schedule for multi-site maintenance. The advantage of the proposed algorithm is its polynomial computational complexity, which allows it to be used to optimize high-dimensional problems. The decomposition of the main task of the MSM into separate independent subtasks (for one machine) is proposed, the solutions of which are used iteratively to approach the desired effective solution. In this case, it is necessary to determine in advance the number of optimization subtasks into which the initial MSM task must be decomposed. An example of the practical application of the developed algorithms using the MES system for calculating the production schedule for the MSM task is given.

Keywords: multi-site maintenance, MSM, MES, production schedule.

For citation: Efromeev N.M., Frolov E.B. Algorithm for solving the problem of multi-machine maintenance. *Vestnik MSUT “Stankin”*. 2025. No 2 (73). P. 107–115. (In Russian)

Введение

Решение задач планирования и построения расписания работ позволяют повысить эффективность производства. На машиностроительных предприятиях для оценки эффективности производства используются два показателя: это коэффициент OEE (Overall Equipment Effectiveness), характеризующий плотность загрузки оборудования обрабатываемыми изделиями, а также коэффициент MCE (Manufacturing Cycle Effectiveness), выражающий скорость прохождения производственных заказов через станочную систему [1]. Следует отметить, что указанные коэффициенты являются, по существу, динамическими характеристиками внутрицеховых материальных потоков предприятия [2]. Основой получения достоверных данных для расчёта и мониторинга OEE является регистрация и хронометраж состояний оборудования: работы, плановых и внеплановых остановок, что позволяет провести количественную оценку потерь за счёт внеплановых остановок. Таким образом, планирование, обеспечивающее высокое значение коэффициента OEE, становится особенно актуальным для минимизации времени простоев оборудования и сокращения цикла изготовления изделий путем эффективного распределения работ и рационального использования ограниченных исполнительных (трудовых) ресурсов; другими словами, за счет составления производственного расписания в режиме многостаночного обслуживания (МСО) [3].

Многостаночным обслуживанием (МСО) называется обслуживание одним или группой рабочих нескольких станков, при котором машинно-автоматическое время работы одного станка используется для выполнения ручных (требующих присутствия рабочего) элементов операции (наладки) на других станках.

Производственное расписание представляет собой цифровую модель внутрицеховых материальных потоков. Для планирования работ в производственных системах разработано большое число методов и методик [4-6]. Точный расчет расписаний (например, метод полного перебора), как известно, является с вычислительной точки зрения экспоненциально сложным алгоритмом, поэтому для задач высокой размерности он неприменим. Несмотря на многообразие разработанных методик, все они отличаются

одним общим свойством — высокой степенью трудоемкости выполнения расчетов, анализа, обоснования и выбора оптимального варианта МСО [7]. Для каждой конкретной ситуации целесообразно применять различные комбинации эвристических методов вычислений.

В производственных цехах с системой станков в параллельном режиме работы все работы могут выполняться на станках параллельно. Работы можно разделить на группы, которые могут обрабатываться независимо на нескольких станках одновременно.

Время завершения работы — это время, когда все группы, на которые разбили работу, завершены. Будем полагать, что все работы доступны в начальный момент времени, каждый станок может обрабатывать только одну группу работ одновременно, каждая группа может обрабатываться только на одном станке, перед обработкой группы на станке требуется операция настройки, если тип обрабатываемой группы отличается от типа только что обработанной группы. Распределение этих работ таким образом, чтобы их проведение, связанное с остановкой станков, наименее всего негативно повлияло бы на скорость исполнения заказов, — это серьезная организационная проблема [8].

Можно выделить два типа времени настройки: независимый от последовательности и зависимый от последовательности заданий. Независимый от последовательности тип определяется временем настройки, которое зависит только от обрабатываемого задания, тогда как время настройки, зависящее от последовательности, зависит как от обрабатываемого, так и от уже обработанного задания.

На первом этапе необходимо решить ассиметричную задачу целочисленного программирования. Для этого можно использовать точные алгоритмы: метод ветвей и границ [9, с. 96] или метод отсекающих плоскостей [9, с. 103], либо эвристические методы.

Постановка задачи

Пусть n работ (технологических операций) $P_1, P_2, \dots, P_n$ выполняется на m станках $S_1, S_2, \dots, S_m$. Когда на станке меняют операцию с i ($i = 1, \dots, n$) на j ($j = 1, \dots, n, i \neq j$), требуется время на настройку $p_{ij} \geq 0$. По завершении графика все станки проходят профилактическое обслуживание, во время которого станки перенастраиваются в нужное

состояние. Следовательно, необходимо ввести фиктивную работу: $p_{0j} = 0$ и $p_{j0} = 0 (j = 1, \dots, n)$. Предполагается, что для любых трех разных работ выполняется правило треугольника: $p_{ij} + p_{jl} \geq p_{il} (i, j, l = 1, \dots, n)$.

Время выполнения технологической операции $i (i = 1, \dots, n)$ обозначим $t_i > 0$. Задача состоит в нахождении t_{ik} – длины группы работ $i (i = 1, \dots, n)$, выполняемого на станке $k (k = 1, \dots, m)$, причем

$$\sum_{l=1}^m t_{ik} = t_i, i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

а также в определении порядка выполнения операций на каждом станке. В теории на каждом станке может выполняться несколько групп одной работы, однако в этом случае будет тратиться лишнее время на переналадку оборудования, поэтому на станке выполняется не более одной части работы. Цель нашей задачи – минимизировать максимальное время завершения работ, т.е. минимизировать z_{max} при выполнении условий многостаночного обслуживания используемого оборудования.

Пусть T_k – это время, через которое станок $k (k = 1, \dots, m)$ завершает обработку всех операций, тогда получится эквивалентный критерий:

$$z_{max} = \max_{1 \leq k \leq m} T_k. \quad (2)$$

T_k является суммой двух слагаемых: длины заданий, выполняемых на станке k (не зависит от последовательности), и суммы времени переналадок, которая зависит от последовательности. Чтобы найти точное решение, нужно решить задачу целочисленного программирования. Однако большое число переменных (число работ превышает 7 и число станков больше 3) делает модель задачи непригодной к решению.

Свойства задачи

Свойство 1.

Существует по крайней мере одно оптимальное решение, при котором не более одной части любой операции обрабатывается на одном и том же станке.

Предположим, что существует оптимальное решение, при котором более одной части операции i обрабатывается на станке k . Пусть

a и b – операции, предшествующая и следующая за второй частью операции i соответственно. Тогда мы можем составить новое расписание, в котором объединим первые две части операции i в одну подзадачу, при этом относительный порядок обработки других операций останется неизменным. В новом расписании T_k не увеличится, поскольку время, затрачиваемое на настройку, сократится на $p_{ai} + p_{ib} - p_{ab} \geq 0$ (правило треугольника).

Свойство 2.

Если заданы $t_{ik} (i = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m)$, то задача может быть разложена на m независимых подзадач, каждая из которых эквивалентна задаче коммивояжера.

Когда известны $t_{ik} (i = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m)$, то обработку операций на каждом из станков нужно планировать независимо, так как отдельные группы можно рассматривать как независимые задания, а между станками не существует ограничений приоритета. Целевую функцию нужно разложить на m независимых членов, каждый из которых соответствует одному станку.

Задача, соответствующая каждому станку, состоит в планировании операций, назначенных на этот станок, так, чтобы минимизировать время завершения обработки последней операции. Это эквивалентно задаче планирования для одного станка, время наладки которого позволяет минимизировать время простоя (ожидания). Что, в свою очередь, равносильно задаче коммивояжера, в которой города соответствуют операциям со строго положительным временем выполнения, определенным для обработки на рассматриваемом станке. Расстояния между городами соответствуют времени настройки между операциями. Есть дополнительный город, соответствующий началу расписания. Расстояние от этого города до любого другого и от любого другого города до этого равны нулю. Последовательность обработки операций определяется порядком посещения городов.

Свойство 3.

Пусть C^1 – минимальный период обработки при $m = 1$. Тогда C^1/m является верхней границей для задачи m -го станка.

Рассмотрим оптимальное расписание, соответствующее задаче одного станка. Разделим график на m равных частей. Каждая часть может быть выполнена на одном из m станков (исключо-

чив начало и/или конец, если они соответствуют настройке, поскольку в начале или в конце настройка станка не требуется). Полученное таким образом расписание является возможным, а продолжительность выполнения не превышает C^1/m .

Формулировка задачи в виде задачи линейного программирования

Задача состоит в определении значений переменных t_{ik} для получения оптимального решения. Итоговое время завершения представляет собой сумму обработки всех операций и времени настройки на «критическом» станке. Будем считать, что общее время настройки на каждом станке k ($k = 1, \dots, m$) представляет собой константу σ_k . Тогда любое решение характеризуется временем

$$z_{\max} = \max_{1 \leq k \leq m} \left\{ \sigma_k + \sum_{i \in W_k} t_{ik} \right\}, \quad (3)$$

где W_k – набор работ, выполняемых на станке k . Получим модель линейного программирования:

$$\begin{cases} \max_{1 \leq l \leq m} \left\{ \sigma_k + \sum_{i \in W_k} t_{ik} \right\} \rightarrow \min, \\ \sum_{k=1}^m t_{ik} = t_i, \quad i = 1, \dots, n, \\ t_{ik} \geq 0, \quad i \in W_k, \quad k = \overline{1, m}, \\ t_{ik} = 0, \quad i \notin W_k, \quad k = \overline{1, m}. \end{cases} \quad (4)$$

Однако целевая функция в этой модели не является линейной. Чтобы ее линеаризовать, введем переменную C , которая будет отвечать за продолжительность рабочего процесса. В результате получим:

$$\begin{cases} C \rightarrow \min, \\ C - \sum_{i \in W_k} t_{ik} \geq \sigma_k, \quad k = \overline{1, m}, \\ \sum_{k=1}^m t_{ik} = t_i, \quad i = \overline{1, n}, \\ t_{ik} \geq 0, \quad i \in W_k, \quad k = \overline{1, m}, \\ t_{ik} = 0, \quad i \notin W_k, \quad k = \overline{1, m}. \end{cases} \quad (5)$$

Алгоритм решения полученной ЗЛП

Шаг 1. Найти C^1 , решив задачу для одного станка. Эту задача сводится к задаче коммивояжера и решается соответствующими методами.

Шаг 2. Разделить расписание, полученное на 1 шаге, на m равных частей. Часть, выполня-

емую во временной интервал $\left[\frac{(k-1)C^1}{m}, \frac{kC^1}{m} \right]$,

закрепить за станком k ($k = 1, \dots, m$) – W_k .

Шаг 3. Для каждого станка найти лучшую последовательность назначенных работ (провести перепланировку), решив соответствующие задачи коммивояжера [10, с. 164]. σ_k – общее время настройки станка k ($k = 1, \dots, m$).

Шаг 4. Решить задачу линейного программирования (5) симплекс-методом [10, с. 53], учитывая определенные на шаге 3 наборы операций W_k . C – критерий, показывающий время завершения выполнения всех операций. t_{ik} – время выполнения части операции i ($i = 1, \dots, n$) на станке k ($k = 1, \dots, m$).

Если $t_{ik} = 0$ – время обработки части операции i ($i = 1, \dots, n$) на станке l ($l = 1, \dots, m$), то перейти к шагу 5. В противном случае закончить выполнение алгоритма.

Шаг 5. Провести перепланировку для станка l , решив задачу коммивояжера. Вернуться к шагу 4.

Частный случай возникает, когда для станка l ($l = 1, \dots, m$) операции $i \in W_k$ время обработки становится $t_{il} = 0$, что означает необходимость убрать операцию i со станка l . В этом случае операция i выводится из набора W_k и проводится перепланировка расписания для станка l . Затем вновь решается задача линейного программирования (5), чтобы определить возможность замены операции i на другие.

Пример

Рассмотрим задачу планирования 7 операций на 3 станках. Время обработки операций приведено в табл. 1, а время настройки между операциями – в табл. 2.

Таблица 1

Время выполнения технологической операции t_i

i	1	2	3	4	5	6	7
t_i	110	262	151	402	70	130	350

Источник: составлено авторами на основе данных, выбранных для проведения расчетов

Таблица 2

Временная матрица настройки станков p_{ii}

	1	2	3	4	5	6	7
1	-	7	2	9	7	12	8
2	5	-	3	9	1	11	7
3	4	8	-	5	3	9	5
4	5	6	4	-	7	13	6
5	7	6	3	7	-	12	10
6	14	10	10	11	7	-	13
7	5	7	2	3	5	10	-

Источник: составлено авторами на основе данных, выбранных для проведения расчетов

Применив к этой задаче метод ветвей и границ (учитывая только время настройки) (шаг 1), получим последовательность 0–6–2–5–3–7–4–1–0 (рис. 1, где 0 – фиктивная работа) и $C^1=1502$.

Полученную последовательность разделим на три равные части (шаг 2). Получив начальный план для параллельной системы станков (табл. 3), выполним перепланировку (шаг 3), чтобы улучшить полученное решение (табл. 4).

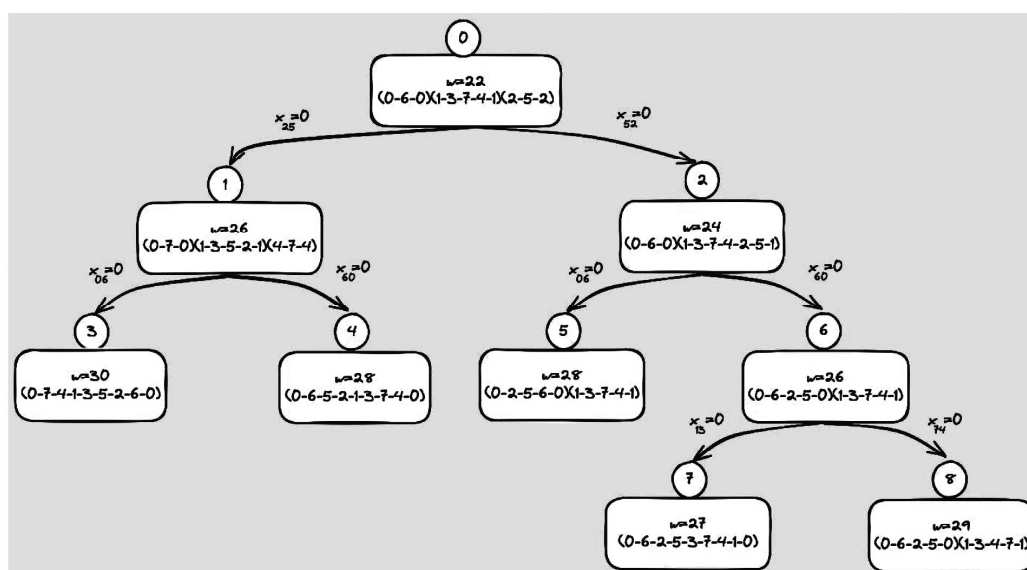


Рис. 1. Метод ветвей и границ

Источник: составлено авторами на основе данных, полученных в ходе решения

Таблица 3

Первоначальное решение

	Последовательность		Время завершения
1	6–2–5–3	130–262–70–25	130–402–473–501
2	3–7–4	126–350–17	126–481–501
3	4–1	385–110	385–500

Источник: составлено авторами на основе данных, полученных в ходе решения

Таблица 4

Окончательное решение

	Последовательность		Время завершения
1	2–5–3–6	262–70–25–130	262–333–361–500
2	7–4–3	350–17–126	350–370–500
3	4–1	385–110	385–500

Источник: составлено авторами на основе данных, полученных в ходе решения

Если применять правило наибольшего времени для составления расписания, то срок завершения всех работ составит 507 вместо 500 (рис. 2). Тем самым экономия по времени составит 0,98 %.

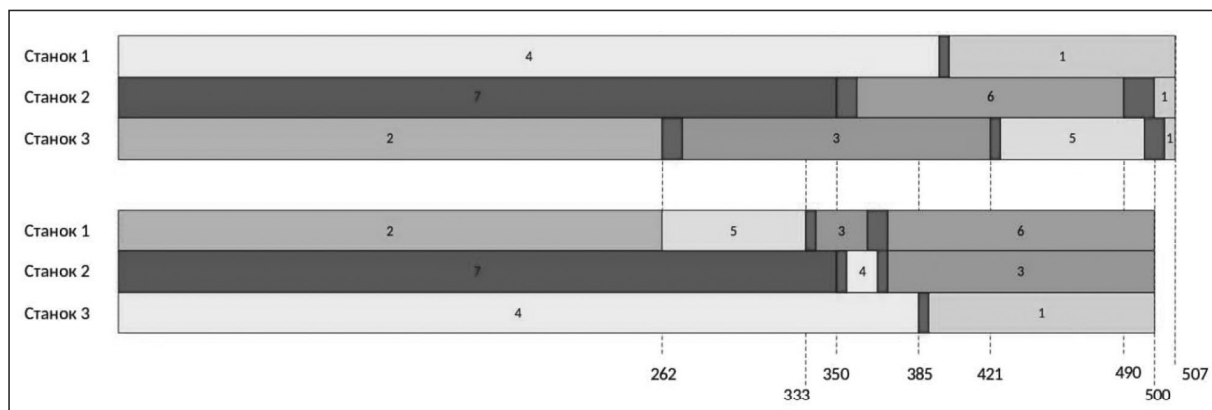
Основным преимуществом приведенных алгоритмов является их полиномиальная вычислительная трудоемкость. Это позволяет применять их для оптимизации расписаний в задачах МСО высокой размерности.

Практическая реализация описанных выше алгоритмов решения задач МСО с применением оптимизационных возможностей современных исполнительных производственных систем класса MES (Manufacturing Execution System) [1] (рис. 3) позволяет эффективно решить эту задачу.

Для расчета производственного расписания с участием МСО, приведенного на рис. 4, была использована российская исполнительная производственная система MES «ФОБОС» с набором выбранных оптимизационных критериев [1, 3]:

- «Ближайший срок готовности»;
- «Равномерная загрузка станков»;
- «Операция в порядке очереди».

На рис. 4 приведены результаты расчета производственного расписания (фрагменты диаграммы Ганта) в условиях многостаночного обслуживания средствами MES с применением описанных выше алгоритмов с полиномиальной вычислительной трудоемкостью.

**Рис. 2. Диаграмма Ганта**

Источник: составлено авторами на основе данных, полученных в ходе решения

Производственное расписание

☐ Метод планирования

Расчет с исходными данными ...

Коррекция текущего расписания

Cancel X

Критерии загрузки оборудования

- ☐ Макс коэффициент загрузки
- ☐ Мин число использов. станков
- ☒ Равномерная загрузка станков
- ☐ Мин количество переналадок
- ☐ Мин мощность грузопотока

Состояние оборудования ППР

Горизонт планирования
7:0 11.03.2025 ... 22:30 01.04.2025

Горизонт планирования

Приоритет партий запуска

- ☐ Директивный приоритет
- ☒ Ближайший срок готовности
- ☐ Макс длительность обработки
- ☐ Мин длительность обработки
- ☐ Комбинированный приоритет

Правила выбора из очереди

- ☒ Обработка в порядке очереди
- ☐ Операция - из конца очереди
- ☐ Макс длительность операции
- ☐ Мин длительность операции
- ☐ Макс незавершенных операций

Многокритериальная оптимизация методом вычисляемых приоритетов

максимальный приоритет имеет партия с ближайшим сроком готовности
технологическое оборудование загружается р а в н о м е р н о
на станок поступает деталь, первой вставшая в очередь на обработку

Рис. 3. Критерии оптимизации производственного расписания

Источник: Программа «MES-система «ФОБОС» (№ 6297 Реестра российского ПО).

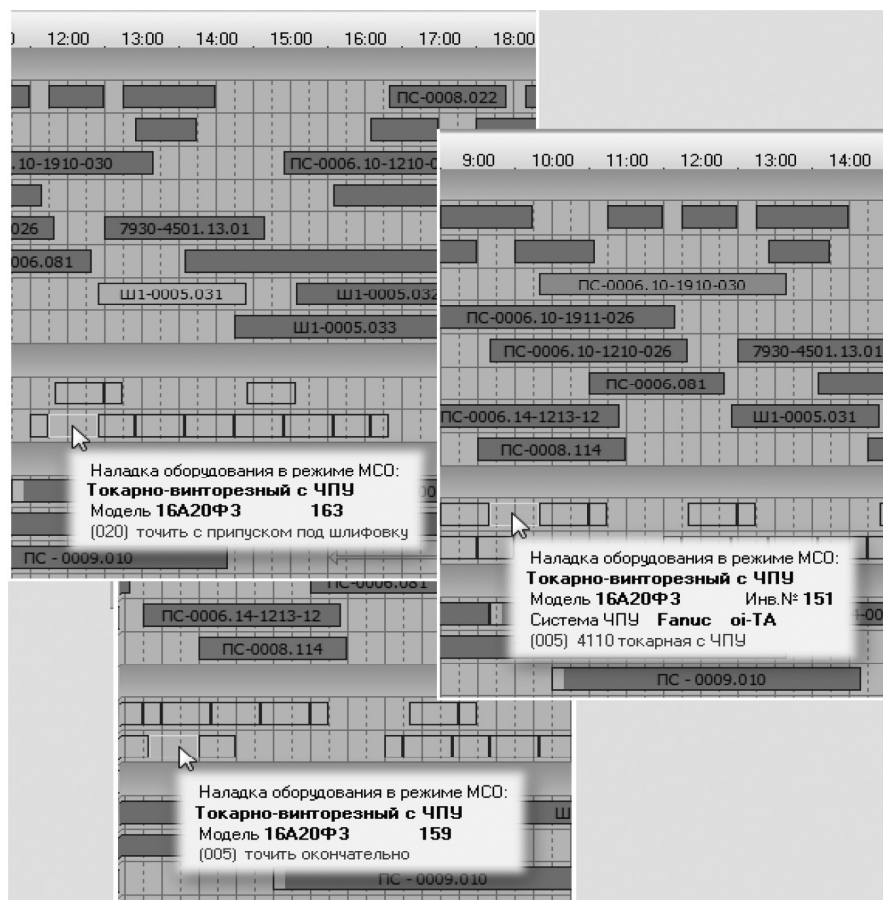


Рис. 4. Пример расчета производственного расписания для задачи МСО

Источник: составлено авторами на основе данных, полученных в ходе вычислений

Заключение

В статье рассмотрен эвристический алгоритм для упрощенной версии задачи расчета производственного расписания в режиме многостаночного обслуживания (МСО). Важной особенностью предложенного алгоритма является его полиномиальная вычислительная трудоемкость, а следовательно, он может быть использован для оптимизации производственных расписаний для задач МСО высокой размерности. Основная идея состоит в том, чтобы разложить задачу на независимые задачи для одного станка и итерационным путем улучшать решение. При использовании точных методов для решения задачи коммивояжера сложность вычислений, как известно, становится экспоненциальной, т.е. попадает в категорию так называемых NP-трудных («нерешаемых для задач большой размерности») проблем. Следовательно, для определения итерационного эвристического алгоритма полиномиальной вычислительной сложности нужно предварительно определить число оптимизационных подзадач, на которые необходимо декомпозировать исходную задачу МСО.

Библиографический список

1. Нестеров П. А. Выбор MES-системы для машиностроительного предприятия / П. А. Нестеров, А. В. Косьяненко, Е. Б. Фролов // РИТМ машиностроения. – 2019. – № 8. – С. 18–23.
2. Баханов В. Д. Повышение производительности труда: диаграмма Ганта – интерактивный инструмент диспетчера / В. Д. Баханов, А. В. Косьяненко, Ю. А. Петров, Н. М. Ефромеев // РИТМ машиностроения. – 2024. – № 7. – С. 60–61.
3. Ефромеев Н. М. Эффективное планирование машиностроительного производства в режиме многостаночного обслуживания / Н. М. Ефромеев, Е. Б. Фролов // Технология машиностроения. – 2024. – № 10. – С. 45–53. – EDN XRKYSY.
4. Лазарев А. А. Теория расписаний. Методы и алгоритмы / А. А. Лазарев. – М.: ИПУ РАН, 2019. – 408 с.
5. Фролов Е. Б. Организация производственного процесса на предприятии при помощи метода вычисляемых приоритетов / Е. Б. Фролов, Ю. А. Тихонова, А. А. Корниенко // Вестник МГТУ «Станкин». – 2012. – № 1 (19). – С. 73–76. – EDN OZHAAX.

6. Demeulemeester Erik L., Herroelen Willy S. Project Scheduling: a Research Handbook. New York; Boston; Dordrecht; London; Moscow: Kluwer Acad. Publ., 2002. 685 p.

7. Малинин С. В. Автоматизация многостаночного обслуживания при выполнении контрактов ГОЗ / С. В. Малинин, А. Р. Бахтизина, С. А. Кесаев, В. В. Крюков, Е. Б. Фролов // РИТМ машиностроения. – 2022. – № 1. – С. 34–39. – EDN KLIOMJ.

8. Нестеров П. А. Как распределять работы по техобслуживанию станочной системы на цеховом уровне / П. А. Нестеров, А. В. Косьяненко, Е. Б. Фролов // Генеральный директор. Управление промышленным предприятием. – 2019. – № 10. – С. 20–27.

9. Ефромеев Н. М. Исследование операций. В 2-х частях. Ч. 2. Элементы целочисленного программирования: учебное пособие / Н. М. Ефромеев, Е. В. Ефромеева. – Саратов: Вузовское образование, 2022. – 130 с. – ISBN 9785448708343 (ч. 2). – EDN QLHSVS.

10. Ефромеева Е. В. Методы исследования операций в машиностроении: примеры, задачи / Е. В. Ефромеева, Н. М. Ефромеев. – 2-е издание, переработанное и дополненное. – М.: МГТУ «СТАНКИН», 2015. – 175 с. – ISBN 978-5-7028-0675-4. – EDN NORTEE.

References

1. Nesterov P. A. Selecting an MES system for a mechanical engineering enterprise / P. A. Nesterov, A. V. Kosianenko, E. B. Frolov. *Rhythm of machinery*. 2019. Vol. 8. P. 18–23.
2. Bakhanov V. D. Increase productivity: Gantt chart – an interactive dispatcher tool / V. D. Bakhanov, A. V. Kosianenko, Y. A. Petrov, N. M. Efromeev. *Rhythm of machinery*. 2024. Vol. 7. P. 60–61.
3. Efromeev N. M. Effective planning of mechanical engineering production in the mode of multi-machine maintenance / N. M. Efromeev, E. B. Frolov. *Mechanical engineering technology*. 2024. Vol. 10. P. 45–53.
4. Lazarev A. A. Scheduling theory. Methods and algorithms. Moscow: ICS RAS, 2019. 408 p.
5. Frolov E. B. The organization of the production process at the enterprise through method of computable priorities / E. B. Frolov, Yu. A. Tihonova, A. A. Kornienko. *Vestnik MSUT “Stankin”*. 2012. Vol. 1 (19). P. 73–76.
6. D. Erik and H. Willy, Project Scheduling A Research Handbook. New York, Boston, London,

Moscow, Dordrecht: Kulwer Academic Publisher, 2002. 685 p.

7. Malinin S. V. Automation of multi-machine maintenance during the execution of state defense contracts / S. V. Malinin, A. R. Bakhtizina, S. A. Kesaev, V.V. Kriukov, E.B. Frolov. *Rhythm of machinery*. 2022. Vol. 1. P. 34-39.

8. Nesterov P. A. How to distribute maintenance work on a machine tool system at the shop floor level / P. A. Nesterov, A. V. Kosianenko, E.B. Frolov. *General*

Director. Management of industrial enterprises. 2019. Vol. 10. P. 20–27.

9. Efromeev N. M. Operations Research. In 2 parts. Part 2. Elements of integer programming / N. M. Efromeev, E. V. Efromeeva. Saratov: University education, 2022. 130 p.

10. Efromeeva E. V. Methods of operations research in mechanical engineering: examples, tasks / E. V. Efromeeva, N. M. Efromeev. Moscow: MSUT “STANKIN”, 2015. 175 p.

Информация об авторах

Ефромеев Николай Максимович — старший преподаватель кафедры информационных технологий и вычислительных систем, ФГАОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»
n.efromeev@ya.ru

Фролов Евгений Борисович — доктор технических наук, профессор кафедры информационных технологий и вычислительных систем, ФГАОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»
fobos-new@mtu-net.ru

Information about the authors

Efromeev Nikolay Maksimovich — senior lecturer at the sub-department of “Information Technology and Computing Systems”, MSUT “STANKIN”
n.efromeev@ya.ru

Frolov Eugene Borisovich — D.Sc of Engineering, professor at sub-department of “Information Technology and Computing Systems”, MSUT “STANKIN”
fobos-new@mtu-net.ru

Авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации и заявляют об отсутствии конфликта интересов.

The authors made equivalent contributions to the publication and declare no conflict of interest.